ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ
И
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Лекция 3

Лектор
д.ф.-м.н. Минкевич
Игорь Георгиевич

Элементы комбинаторики

Факториал: $N! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot N$, где $N -$ целое; $\quad 0! = 1$

Размещения:

$$A_N^n = N\left(N-1\right)\left(N-2\right)...\left(N-\left(n-1\right)\right) = \frac{N!}{\left(N-n\right)!}$$

Перестановки: $T_N = A_N^N = \dfrac{N!}{0!} = N!$

Сочетания: $C_N^n = \dfrac{A_N^n}{T_n} = \dfrac{N!}{n!\left(N-n\right)!}$

Биномиальное распределение

Пример выпадения «орла» и «решки»

ОРРОРОООРРОРООРОРРОРООРРРРОРОО

$$P_N(n) = \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n (1-p)^{N-n}$$

$$\frac{N!}{n!(N-n)!} = C_N^n$$

,

$$P_N(n) = C_N^n p^n (1-p)^{N-n}$$

Разложение бинома Ньютона

$$(x+y)^N = \sum_{n=0}^{N} C_N^n x^n y^{N-n}$$

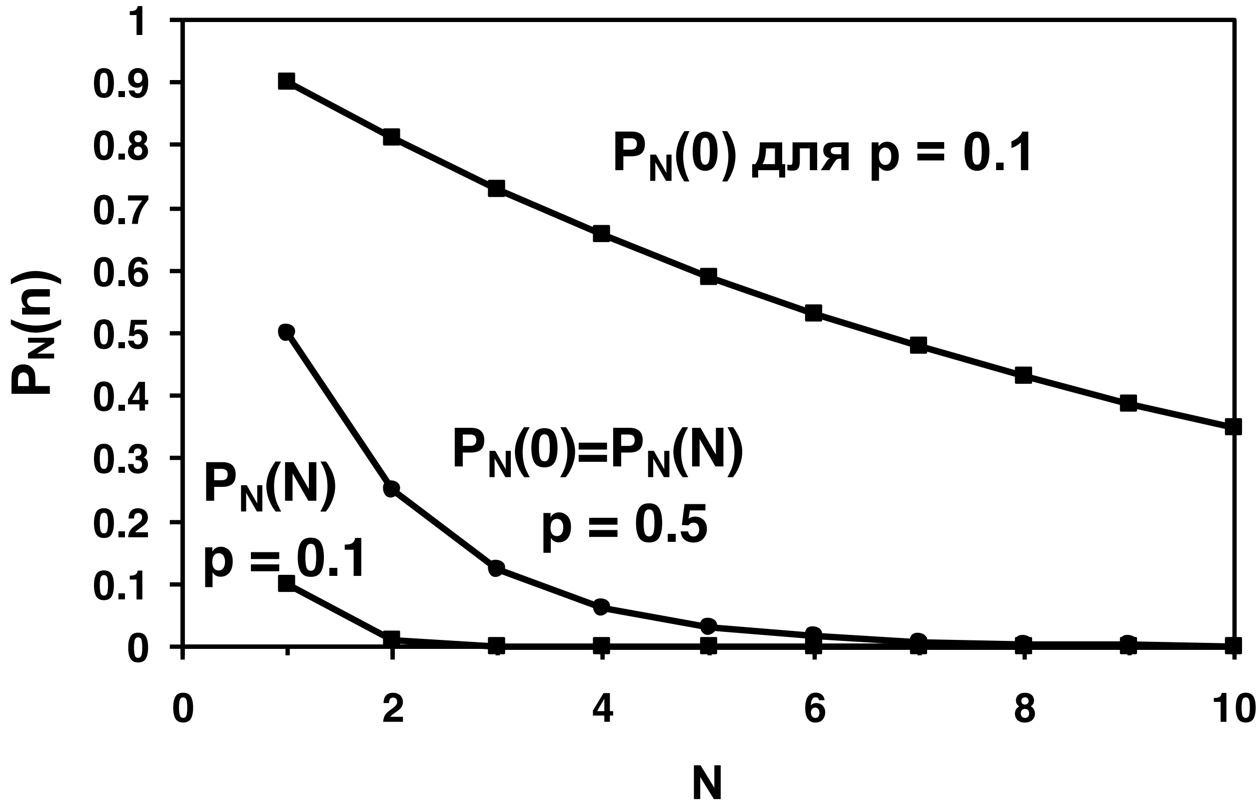
условие нормировки соблюдается:

$$\sum_{n=0}^{N} P_N(n) = \sum_{n=0}^{N} C_N^n p^n (1-p)^{N-n} = \left[p + (1-p)\right]^N = 1^N = 1$$

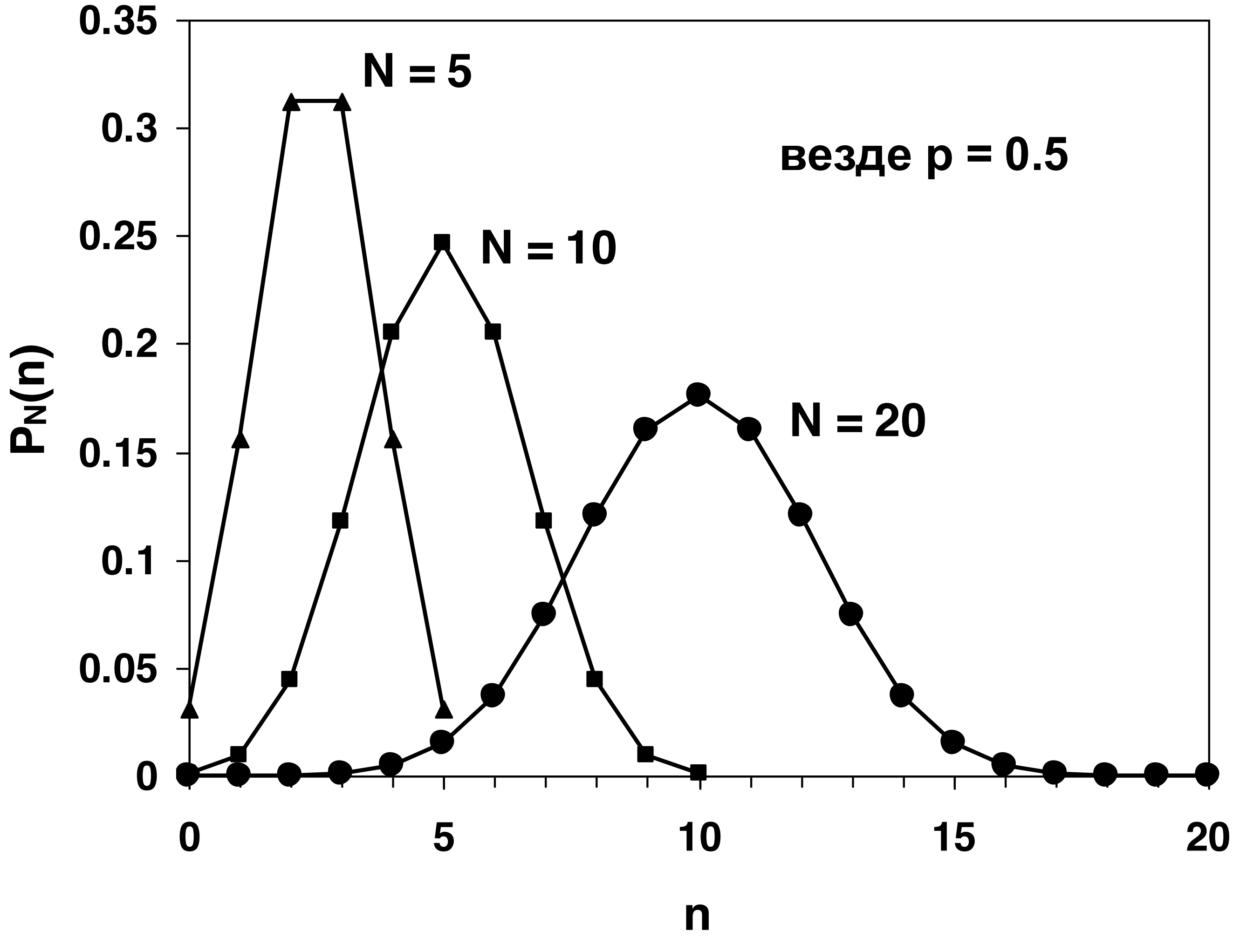
Крайние значения C_N^n :

$$C_N^0 = \frac{N!}{0!(N-0)!} = 1 \qquad C_N^N = \frac{N!}{N!(N-N)!} = \frac{N!}{N!0!} = 1$$

Зависимость вероятностей крайних значений n от вероятности одного из исходов p



Зависимости $P_N(n)$ для $p = 0.5$ и трех значений N



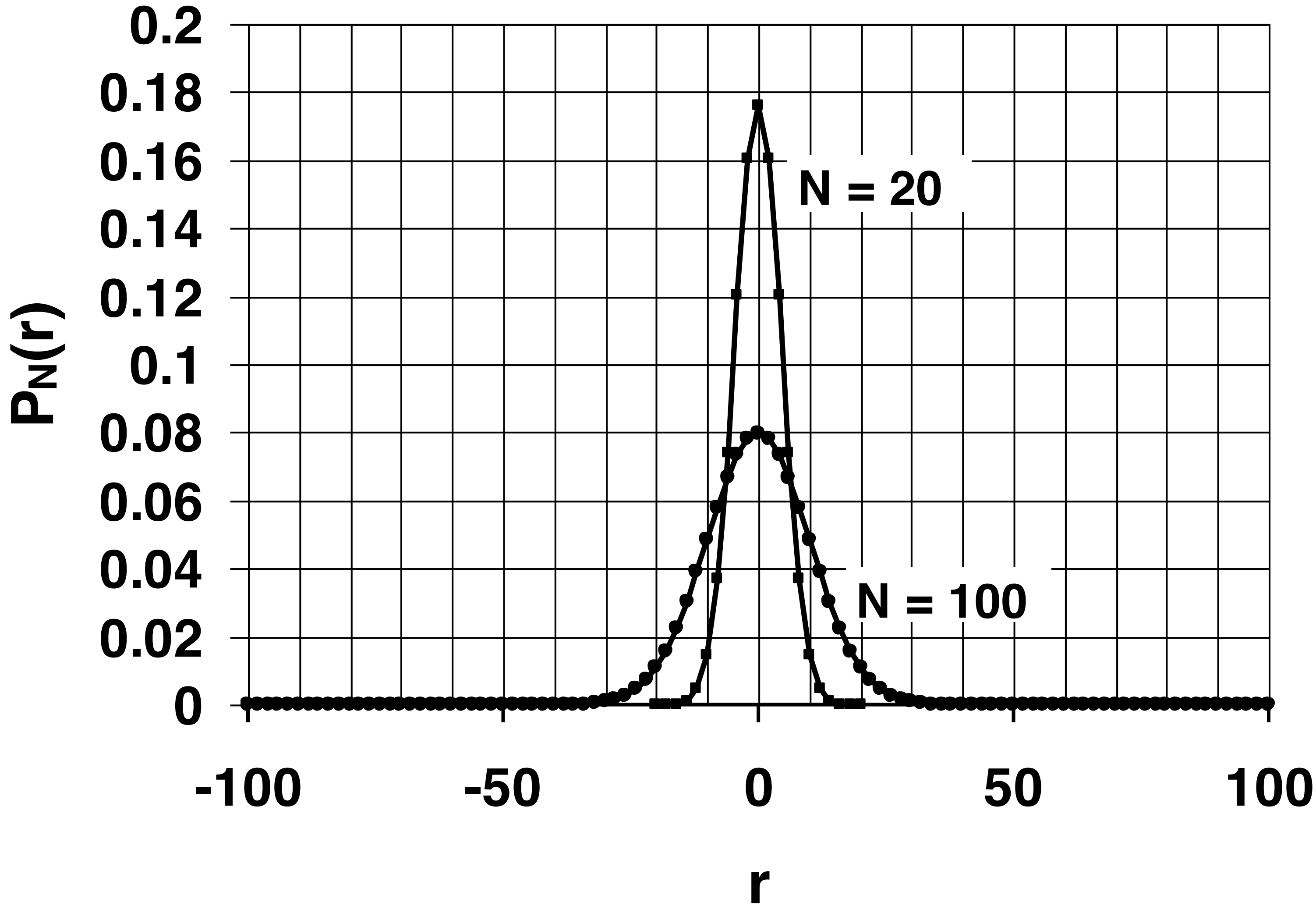
Переход от биномиального распределения к нормальному

Нормальное распределение: $$w(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

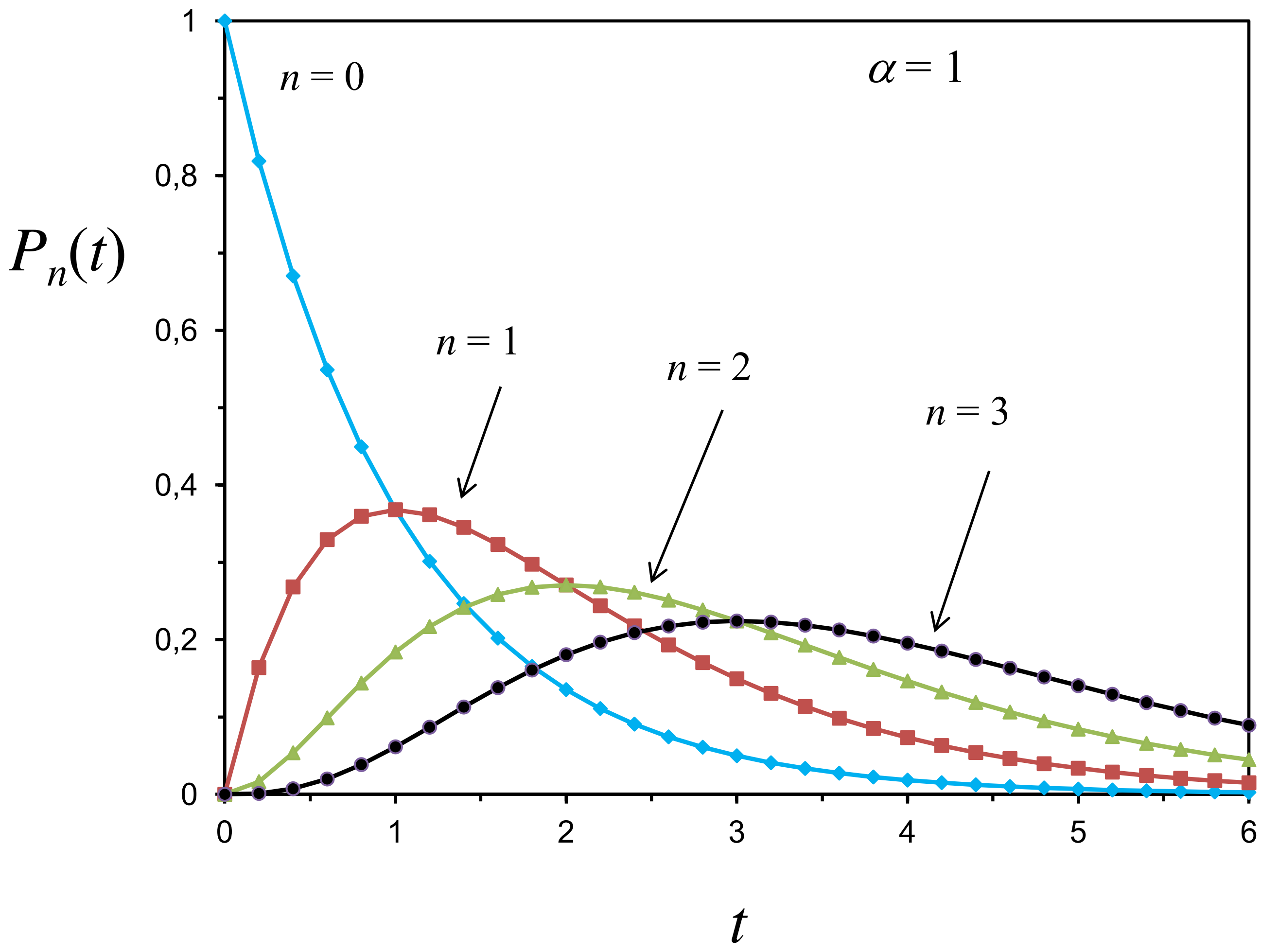
Переход от биномиального распределения к нормальному

Вводим новую переменную: $r = n - \left(N - n\right) = -N + 2n$

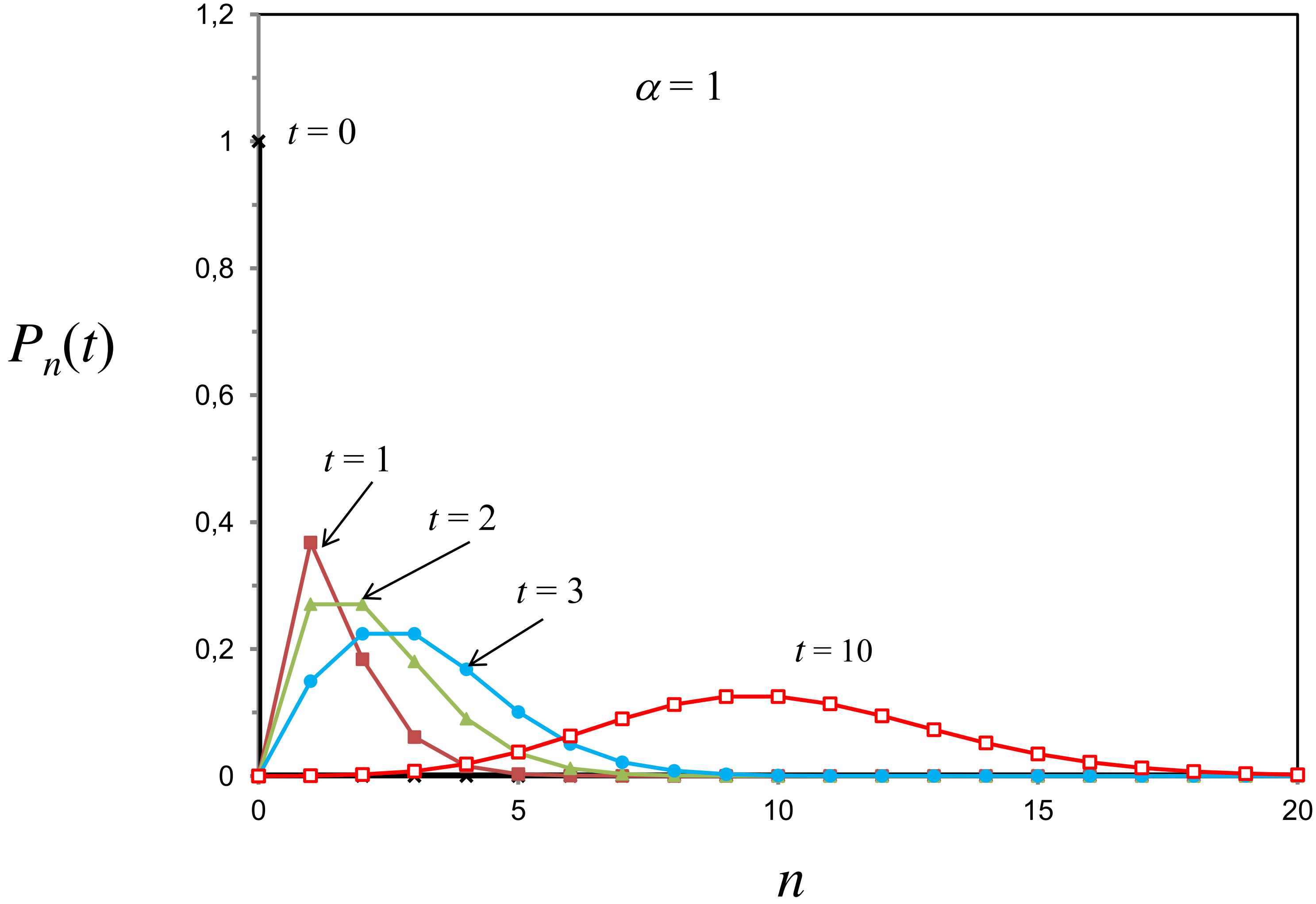
Шаг: $\Delta r = 2\Delta n = 2$



Зависимость распределения Пуассона для различных значений случайной величины n от времени t



Распределение Пуассона в различные моменты времени



Частоты значений скорости распада ^{239}Pu (данные получены в течение 24 часов) и распределение Пуассона